

## 教學時數

■ 7小時

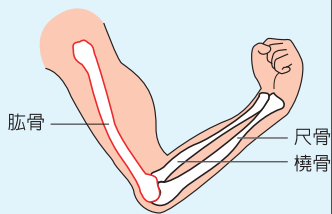
**活動 1** 能理解一元一次方程式的意義，並能將生活情境的問題記錄成一元一次方程式。

## 注意事項

■ 一元一次方程式中，「一元」表示該方程式中僅含有一種文字符號，此符號是一個未知數，而非變數。

## 教學眉批

- 有關「方程式」及「一元一次方程式」，可參考備課用書 P151-7 之數學雜談。
- 肱骨是上肢最大的長骨，上端和肩部相連，下端跟尺骨和橈骨相連。



# 3-2 解一元一次方程式

## 1 一元一次方程式的意義

對應能力指標 7-a-04

我們在日常生活中所遇到的數量問題，通常可以用數學式子來表示。

例如：亞軒和 3 位同學去看電影，買了 4 張優待票和 240 元的點心，結果 4 人共花了 800 元。

如果我們要算出 1 張優待票的價錢時，可以假設 1 張優待票  $x$  元，然後依據題意畫出下面的線段圖：

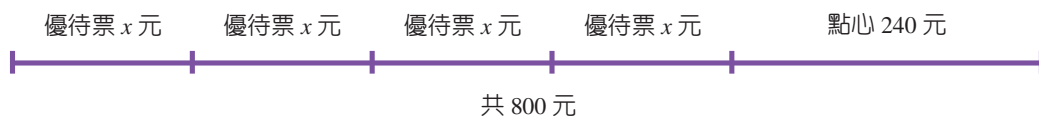


圖 3-2

1 張優待票  $x$  元，則 4 張優待票共  $4x$  元；加上買點心花了 240 元，所以 4 人總共花了  $(4x+240)$  元。再由題意可知 4 人總共花了 800 元，所以  $4x+240$  和 800 是相等的，因此  $4x+240=800$ 。

在上面的式子  $4x+240=800$  中，我們不知道  $x$  所代表的數是多少，這時通常稱  $x$  為**未知數**；像這樣只含一種未知數（一元），且未知數的最高次方是一次的等式，稱為**一元一次方程式**。

搭配習作 P52 基礎題(1)、(2)

### 例題 1 一元一次方程式的列式

燕姿從高處摔下導致肱骨斷裂住院開刀，住單人病房每天要支付病房費 3500 元，住院期間燕姿還需要付健保醫療部分負擔費用 1600 元，出院時結算共需繳納 12100 元。

(1) 病房費每天 3500 元，若燕姿住院  $x$  天，需付病房費多少元？

(以含  $x$  的式子表示)

(2) 依據題意「住院  $x$  天的病房費及醫療部分負擔費用 1600 元一共是 12100 元」列出一元一次方程式。

## 配套指示器

- MPB 一元一次方程式 P2~9
- 類題熟練本 P73

## 趣味數學

- 有兩對父子，一起買了每杯 50 元的咖啡，卻只付了 150 元，為什麼？  
因為他們是爺爺、父親與兒子，只有 3 個人。

- 解** (1) 病房費每天 3500 元，燕姿住院  $x$  天，需付病房費  $3500x$  元。  
 (2) 住院  $x$  天的病房費需  $3500x$  元，  
 部分負擔費用 1600 元，  
 一共是  $3500x+1600$  元，  
 所以列出一元一次方程式為  $3500x+1600=12100$ 。

### 隨堂練習

已知老師的年齡為 41 歲，且老師的年齡是黃易年齡的 3 倍少 1 歲。

(1) 依據題意「老師的年齡是黃易年齡的 3 倍少 1 歲」，若黃易的年齡為  $x$  歲，則老師的年齡為  $3x-1$  歲。(以含  $x$  的式子表示)

(2) 依據題意「老師的年齡為 41 歲」列出一元一次方程式為

$$3x-1=41$$

在前一節提到，如何將一些文字敘述改寫成算式，現在我們再將這些文字敘述改一改，就可以根據下面新的敘述列出一元一次方程式了：

	文字敘述	可以列出的方程式
(1)	$x$ 減 8 是 10	$x-8=10$
(2)	$x$ 的 5 倍等於 35	$5x=35$
(3)	$x$ 的 6 倍加 7 是 37	$6x+7=37$
(4)	比 $x$ 大 5 的數是 3	$x+5=3$
(5)	比 $x$ 的 4 倍小 3 的數是 21	$4x-3=21$

### 教學眉批

- 此處的目的是要讓學生透過一些簡單的敘述來熟悉一元一次方程式的列式。

### 補充問題

- 將下列各文字敘述改寫成方程式：

(1)  $x$  加 7 是 23： $x+7=23$

(2)  $x$  的  $\frac{1}{3}$  倍為  $-9$ ： $\frac{1}{3}x=-9$

(3)  $x$  的 5 倍減 8 等於 12： $5x-8=12$

(4) 比  $x$  小 20 的數是 30： $x-20=30$

(5) 比  $x$  的 6 倍多 17 的數是  $-25$ ： $6x+17=-25$

### 配套指示器

- 類題熟練本 P73
- 十分鐘輕鬆考基礎篇第 39 回

**活動2** 能理解一元一次方程式解的意義，並能以代入法或枚舉法求出一元一次方程式的解。

### 教學眉批

- 利用枚舉法或代入法找出一元一次方程式的解。

### 注意事項

- 算術處理的是具體的數目，代數處理的是抽象的數字。學代數要學會代數的思維方式，代數的運算才會有意思。

## 2 一元一次方程式的解

對應能力指標7-a-02

當我們依據題意列出一元一次方程式後，接著就是要找出這個方程式中未知數所代表的數。如果一個數代入方程式後能使等號兩邊的值相等，則我們稱這個數為**方程式的解**或**方程式的根**。

「將一個數代入方程式」就是「以該數取代方程式中的未知數」的意思。



例如在例題1中：

住院1天表示  $x=1$ ，費用一共是  $3500 \times 1 + 1600 = 5100$  (元)

住院2天表示  $x=2$ ，費用一共是  $3500 \times 2 + 1600 = 8600$  (元)

住院3天表示  $x=3$ ，費用一共是  $3500 \times 3 + 1600 = 12100$  (元)

所以燕姿住院3天。

也就是說， $x=3$  就是一元一次方程式  $3500x + 1600 = 12100$  的解；

又如一元一次方程式  $x + 5 = 13$  中，用8代替未知數  $x$  時，

等號左邊  $\rightarrow$   $x+5$  成為  $8+5$

$8+5$  的結果是  $13$   $\leftarrow$  等號右邊

所以  $x=8$  是方程式  $x+5=13$  的解。

### 例題2 解的檢驗

搭配習作 P52 基礎題 3

5、12、15、18 四數中，何者為一元一次方程式  $4x + 80 = 8x + 20$  的解？

**解** 將各數分別代入方程式  $4x + 80 = 8x + 20$ ，檢驗等號是否成立：

$x$	左式： $4x+80$	右式： $8x+20$	是否為解
5	$4 \times 5 + 80 = 100$	$8 \times 5 + 20 = 60$	否
12	$4 \times 12 + 80 = 128$	$8 \times 12 + 20 = 116$	否
15	$4 \times 15 + 80 = 140$	$8 \times 15 + 20 = 140$	是
18	$4 \times 18 + 80 = 152$	$8 \times 18 + 20 = 164$	否

所以  $x=15$  是一元一次方程式  $4x + 80 = 8x + 20$  的解。

### 配套指示器

- 類題熟練本 P73

### 補充問題

- 琳琳和3位同學去郊遊，買車票共花了  $x$  元，買點心共花了140元，平均每人應分攤65元，則可列出一元一次方程式為  $\frac{x+140}{4} = 65$ 。
- 將每個重  $x$  克的罐頭10個，裝入重300克的禮盒裡，連同盒子共重4500克，則可列出一元一次方程式為  $10x + 300 = 4500$ 。

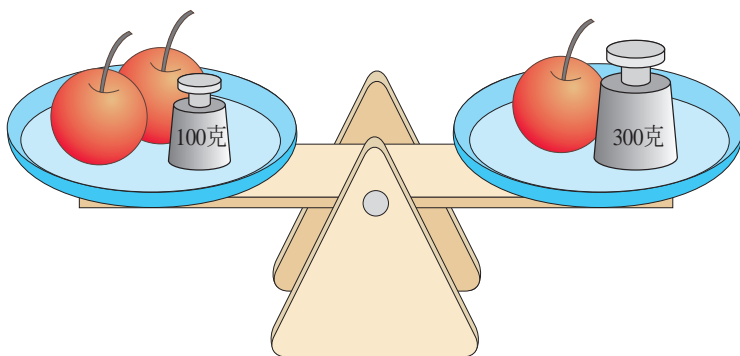
### 隨堂練習

將  $x$  分別以 1、2、3、4、5、6 代入方程式  $3x+2=20$  逐一檢驗，試問何者為該方程式的解？

$$x=6$$

解一元一次方程式時，如果每次都要逐一代入檢驗，通常不易找出方程式的解。例如當方程式的解為分數時，我們用整數的值代入，就無法求出此方程式的解。因此，我們將介紹等量公理與移項法則來求一元一次方程式的解。

用什麼方法可以很快  
求出  是多少克？



### 數學小語錄

想像遠比知識重要，因為知識是有限的，而想像力卻可以遨遊世界。

——愛因斯坦 (Albert Einstein, 1879-1955)

### 教學眉批

- 解的概念對未來學習二元一次(聯立)方程式、一元一次不等式、一元二次方程式都有關聯，建議教師在學生初學方程式時，能讓學生將解逐一代入檢驗。

### 配套指示器

- 類題熟練本 P73
- 十分鐘輕鬆考基礎篇 第 40 回



**活動3** 能理解等量公理「等式左右同加、減、乘、除一數(除數不為0)時，等式仍然成立」的概念。

### 教學眉批

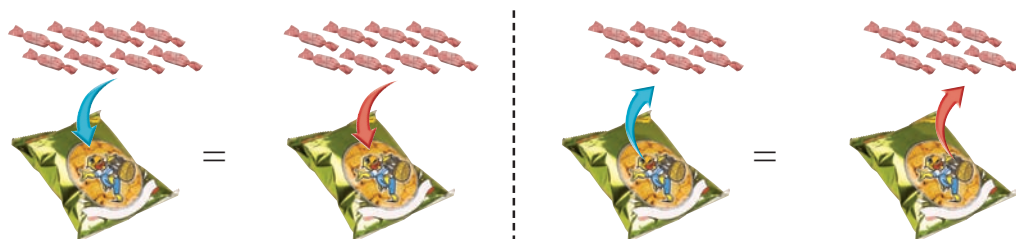
- 學生在直觀上易於接受等量公理，教師應避免爲了導出一般式，而做過於繁複的解說。
- 若學生對於將等量公理應用於未知數感到困擾，教師可利用天平、砂袋及砝碼的圖卡，以操作方式說明。

## 3 等量公理與移項法則

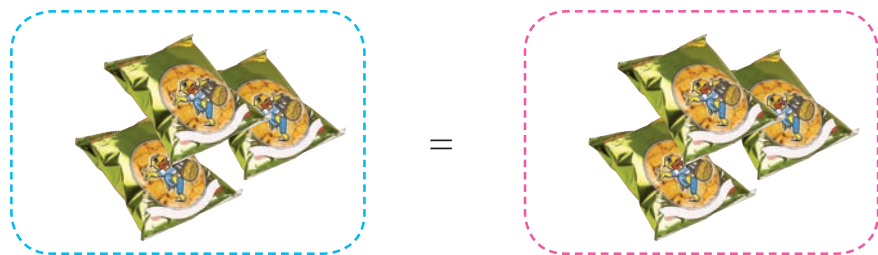
對應能力指標7-a-04、7-a-05、7-a-06

要有效的求出一元一次方程式的解，我們必須對方程式作運算，因此接下來我們要先學習一些運算規則。

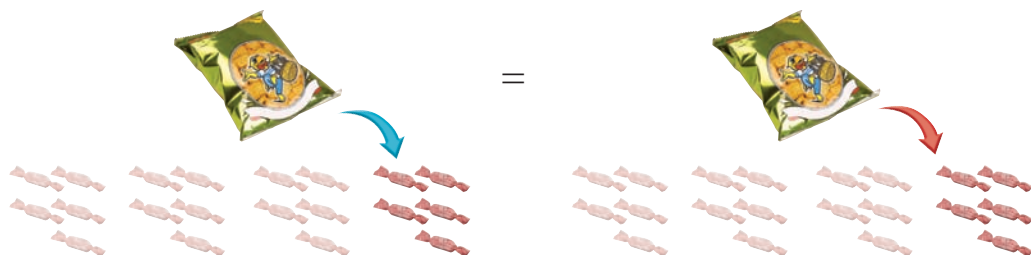
世嘉與鳳儀各有一包糖果，這兩包糖果的個數相同，如果將兩包糖果同時加入或取出相同數量的糖果，那麼兩包糖果的個數還是一樣多。



如果世嘉與鳳儀的糖果數同時變成原來的某個倍數(例如3倍)，那麼世嘉與鳳儀的糖果數還是一樣多。



如果把世嘉與鳳儀的糖果各自分成幾等分(例如4等分)，那麼世嘉與鳳儀的每份糖果數還是一樣多。



如同上面的情境，

在等號左右同時加、減、乘、除一數(除數不為0)，等號仍然成立。這個概念我們稱為**等量公理**。

雖然我們所舉的情境都是正數，但實際上，不論是正數或負數，等量公理都是成立的。

我們可以將等量公理寫成：

$a$ 、 $b$ 、 $c$  為任意給定的三數，若  $a=b$ ，則

$$(1) a+c=b+c$$

$$(2) a-c=b-c$$

$$(3) a \times c = b \times c$$

$$(4) a \div c = b \div c \text{ (此時 } c \text{ 不為 } 0 \text{)}$$

反過來說，

$$\text{當}(1) a+c=b+c$$

$$\text{或}(2) a-c=b-c$$

$$\text{或}(3) a \times c = b \times c \text{ (此時 } c \text{ 不為 } 0 \text{)}$$

$$\text{或}(4) a \div c = b \div c$$

則可推得  $a=b$  的結論。

例如：由(1) $a+4=b+4$  或(2) $a-4=b-4$  或(3) $4a=4b$  或(4) $\frac{a}{4}=\frac{b}{4}$  都可以推得  $a=b$ 。

接下來，我們就利用等量公理來求方程式的解。求出解之後，一定要將解代入原方程式驗算，以確定答案是正確的，這是一個很重要的步驟。

### 例題 3 以等量公理解方程式

搭配習作 P52 基礎題 4

解下列各一元一次方程式：

$$(1) x+38=-27$$

$$(2) x-19=25$$

**解** (1) 為了要求出  $x$  的值，所以需將等號左邊的「 $x+38$ 」消去 38。

$$\begin{aligned} x+38 &= -27 \\ \text{等號兩邊} \downarrow \text{同減 } 38 & \\ x+38-38 &= -27-38 \\ x &= -65 \end{aligned}$$

<驗算>

把  $x=-65$  代入原方程式：

$$\text{左式} = x+38 = (-65)+38 = -27 = \text{右式}$$

所以  $x=-65$  是原方程式的解(根)。

(2) 為了要求出  $x$  的值，所以需將等號左邊的「 $x-19$ 」加上 19。

$$\begin{aligned} x-19 &= 25 \\ \text{等號兩邊} \downarrow \text{同加 } 19 & \\ x-19+19 &= 25+19 \\ x &= 44 \end{aligned}$$

<驗算>

把  $x=44$  代入原方程式：

$$\text{左式} = x-19 = 44-19 = 25 = \text{右式}$$

所以  $x=44$  是原方程式的解(根)。

### 教學眉批

- 由  $a+c=b+c$  或  $a-c=b-c$  或  $a \times c = b \times c$  ( $c$  不為 0) 或  $a \div c = b \div c$  推得  $a=b$ ，在將來處理一元一次方程式時更有其意義。

**活動 4** 能利用等量公理解一元一次方程式，並做驗算。

### 教學眉批

- 教學時建議教師每一步驟都要學生說出理由。
- 解一元一次方程式的目的是要求出方程式中未知數( $x$ )的值。
- 教師宜鼓勵學生思考如何運用等量公理求出未知數( $x$ )的值。
- 解方程式時須強調根的檢驗步驟，若是方程式的根，則左式=右式。

### 補充問題

■ 解下列各一元一次方程式：

$$(1) x+18=16$$

$$(2) x-7=-10$$

$$(3) x-29=19$$

$$(1) x=-2 \quad (2) x=-3 \quad (3) x=48$$

### 配套指示器

- 類題熟練本 P73

**活動 5** 能利用等量公理的概念理解移項法則，並察覺兩者的對應關係。

在例題 3 第(1)題的解題過程中，如果我們省略寫出應用等量公理的步驟(等號兩邊同減 38)，那麼看起來就相當於我們把原先等號左邊的「+38」，移到等號的右邊變成「-38」。像這樣的運算方式，我們稱為**移項法則**。

$$\begin{array}{l}
 (1) \quad x + 38 = -27 \\
 \quad \quad \downarrow \text{等號兩邊同減 38} \\
 x + 38 - 38 = -27 - 38 \\
 \quad \quad \quad x = -27 - 38 \\
 \quad \quad \quad x = -65
 \end{array}$$

看起來相當於把等號左邊的「+38」移到等號的右邊變成「-38」。

同樣地，在例題 3 第(2)題中，省略應用等量公理的步驟後，我們可以看到等號左邊的「-19」，移到等號右邊變成「+19」。

$$\begin{array}{l}
 (2) \quad x - 19 = 25 \\
 \quad \quad \downarrow \text{等號兩邊同加 19} \\
 x - 19 + 19 = 25 + 19 \\
 \quad \quad \quad x = 25 + 19 \\
 \quad \quad \quad x = 44
 \end{array}$$

看起來相當於把等號左邊的「-19」移到等號的右邊變成「+19」。

### 例題 4 以等量公理解方程式

搭配習作 P52 基礎題 4

解下列各一元一次方程式：

(1)  $-3x = 63$

(2)  $x \div 7 = 14$

**解** (1) 為了要求出  $x$  的值，所以需將等號左邊的「 $-3x$ 」除以  $-3$ 。

$$\begin{array}{l}
 -3x = 63 \\
 \text{等號兩邊} \downarrow \text{同除以 } -3 \\
 \frac{-3x}{-3} = \frac{63}{-3} \\
 x = -21
 \end{array}$$

<驗算>

把  $x = -21$  代入原方程式：

左式  $= -3x = (-3) \times (-21) = 63 =$  右式  
所以  $x = -21$  是原方程式的解(根)。

(2) 為了要求出  $x$  的值，所以需將等號左邊的「 $x \div 7 = \frac{x}{7}$ 」乘以 7。

$$\begin{array}{l}
 x \div 7 = 14 \\
 \frac{x}{7} = 14 \\
 \text{等號兩邊} \downarrow \text{同乘以 } 7 \\
 \frac{x}{7} \times 7 = 14 \times 7 \\
 x = 98
 \end{array}$$

<驗算>

把  $x = 98$  代入原方程式：

左式  $= x \div 7 = 98 \div 7 = 14 =$  右式  
所以  $x = 98$  是原方程式的解(根)。

### ! 注意事項

- 初學解一元一次方程式時，宜先讓學生觀察，並說出解題的策略，如何利用等量公理解題。

### 配套指示器

- 類題熟練本 P74

### 補充問題

- 解下列各一元一次方程式：

(1)  $-7x = 119$

(2)  $x \div 0.2 = 13$

(3)  $x \times 3 = -57$

(1)  $x = -17$  (2)  $x = 2.6$  (3)  $x = -19$

在例題 4 中，也可以看到移項法則的其他運算方式。

(1)  $-3x=63$

↓ 等號兩邊同除以 -3

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{63}{-3}$$

$$x = \frac{63}{-3}$$

$$x = -21$$

←

看起來相當於把等號左邊的「乘以 -3」  
移到等號的右邊變成「除以 -3」。

(2)  $x \div 7 = 14$

$$\frac{x}{7} = 14$$

↓ 等號兩邊同乘以 7

$$\frac{x}{7} \times 7 = 14 \times 7$$

$$x = 14 \times 7$$

$$x = 98$$

←

看起來相當於把等號左邊的「除以 7」  
移到等號的右邊變成「乘以 7」。

### 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

(1)  $x+8=-9$

$x=-17$

(2)  $y-6=7$

$y=13$

(3)  $7x=-105$

$x=-15$

(4)  $3x=11$

$x=\frac{11}{3}$

(5)  $x \div 6 = -18$

$x=-108$

(6)  $-\frac{1}{4}t=6$

$t=-24$

接下來的例題中，我們將等量公理與移項法則的解題過程並列，希望同學們能仔細觀察這兩種解法中的對應關係。

### 教學眉批

- 從等量公理到移項法則只是省略了一個方程式的步驟，但通常解一個多元（或高次）的方程式，就可省略好幾個步驟，這才是移項法則的效率。
- 初學者建議還是以等量公理解題為主。

### 注意事項

- 以等量公理解方程式一直是初學者解題的最佳方法，教師在教學時，建議在學生完全理解等量公理的解題原理後，再由式子的簡化自然形成移項法則。

### 補充問題

- 解下列各一元一次方程式：

(1)  $6x=20$

(2)  $-\frac{2}{3}x=10$

(3)  $x \div (-2) = -40$

(1)  $x = \frac{10}{3}$     (2)  $x = -15$     (3)  $x = 80$

### 配套指示器

- 類題熟練本 P74

**活動6** 能利用移項法則解一元一次方程式，並做驗算。

### 教學眉批

- 利用移項法則解題，應視學生學習的理解程度，適時進行。

### 例題5 等量公理與移項法則

搭配習作 P52 基礎題 4

解一元一次方程式  $3x - 20 = 30$ 。

解

#### 等量公理的解題過程

$$3x - 20 = 30$$

$$3x - 20 + 20 = 30 + 20 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同加20}$$

$$3x = 50 \quad \leftarrow \text{整理}$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{50}{3} \quad \leftarrow \text{等號兩邊同除以3}$$

$$x = \frac{50}{3} \quad \leftarrow \text{整理}$$

#### 移項法則的解題過程

$$3x - 20 = 30$$

$$3x = 30 + 20$$

$$3x = 50$$

$$x = \frac{50}{3}$$

<驗算> 把  $x = \frac{50}{3}$  代入原方程式：

$$\text{左式} = 3x - 20 = 3 \times \frac{50}{3} - 20 = 50 - 20 = 30 = \text{右式}$$

所以  $x = \frac{50}{3}$  是原方程式的解(根)。

### 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

(1)  $2x + 8 = 14$

$$x = 3$$

(2)  $-6 + 4y = 7$

$$y = \frac{13}{4}$$

(3)  $\frac{3}{5}x + 6 = 21$

$$x = 25$$

(4)  $4 - 5t = -6$

$$t = 2$$

### 配套指示器

- 類題熟練本 P74

### 補充問題

解下列各一元一次方程式：

(1)  $8x + 4 = 20$

(2)  $-7 + 6y = 11$

(3)  $4x - 3 = 9$

(4)  $x - 3 = -5$

(5)  $121 = -11y$

(6)  $15 = 36 - 3x$

(1)  $x = 2$  (2)  $y = 3$  (3)  $x = 3$  (4)  $x = -2$  (5)  $y = -11$  (6)  $x = 7$

當我們解一元一次方程式時，最終的目的是要求出未知數的值，得到形如  $x=3$  的式子，所以若方程式的等號兩邊都含有未知數  $x$ ，則我們應當設法使等號一邊的每項都含未知數  $x$ ，而另一邊不含未知數  $x$ 。

我們說過，以文字符號代表數的時候，可以將它視為數來做運算，並與數有相同的運算規則。因此，在方程式的等號兩邊加、減相同的未知數，或是對未知數進行移項，並不影響所求出方程式的解。

### 例題 6 等量公理與移項法則

搭配習作 P52 基礎題 4、5(1)

解一元一次方程式  $3x+7=6x-4$ 。

解

#### 等量公理的解題過程

$$\begin{aligned}
 &3x+7=6x-4 \\
 &3x-3x+7=6x-3x-4 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同減 } 3x \\
 &7=3x-4 \quad \leftarrow \text{整理} \\
 &7+4=3x-4+4 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同加 } 4 \\
 &11=3x \quad \leftarrow \text{整理} \\
 &\frac{11}{3} = \frac{3x}{3} \quad \leftarrow \text{等號兩邊同除以 } 3 \\
 &\frac{11}{3} = x \quad (\text{習慣上寫成 } x = \frac{11}{3})
 \end{aligned}$$

#### 移項法則的解題過程

$$\begin{aligned}
 &3x+7=6x-4 \\
 &7=6x-3x-4 \\
 &7=3x-4 \\
 &7+4=3x \\
 &11=3x \\
 &3x=11 \\
 &x = \frac{11}{3}
 \end{aligned}$$

<驗算> 把  $x = \frac{11}{3}$  分別代入原方程式的左式與右式：

$$\begin{array}{ll}
 \text{左式} = 3x+7 & \text{右式} = 6x-4 \\
 = 3 \times \frac{11}{3} + 7 & = 6 \times \frac{11}{3} - 4 \\
 = 18 & = 18
 \end{array}$$

左式 = 右式，所以  $x = \frac{11}{3}$  是原方程式的解。

### 教學眉批

- 教師可藉由例題 6 讓學生理解等號的對稱性（若  $a=b$ ，則  $b=a$ ）。  
若  $2+3=5$ ，則  $5=2+3$ ，即為數量的等號對稱性之表現。  
若  $2=3x$ ，則  $3x=2$ ，即為式子的等號對稱性之表現。


### 補充問題

- (C) 若利用等量公理解一元一次方程式  $-\frac{1}{3}x+9=21$ ，則下列四個步驟中，哪一個步驟開始發生錯誤？  
(A) 步驟一： $-\frac{1}{3}x+9-9=21-9$   
(B) 步驟二： $-\frac{1}{3}x=12$   
(C) 步驟三： $(-\frac{1}{3}x) \div (-3) = 12 \div (-3)$   
(D) 步驟四： $x=-4$

### 配套指示器

- 類題熟練本 P74




**教學眉批**

- 隨堂練習第(2)小題可以利用等量公理，直接將方程式兩邊同減  $5x$ 。
- 驗算是解方程式重要的過程，教師可以提醒學生自行檢驗，以確保答案的正確。


**注意事項**

- 解一元一次方程式時，宜先讓學生觀察，並說出解題的策略，貴在學生解題的心理準備，不要一開始就規定學生將未知數  $x$  移到等號左邊，已知數移到等號右邊。

驗算的步驟很重要，但我們可以自行檢驗，通常不用將驗算過程寫出來。


**隨堂練習**

解下列各一元一次方程式：

$$(1) 26 + 3x = 50 - 9x$$

$$x = 2$$

$$(2) 5x + 24 = 5x + 8 + 4x$$

$$x = 4$$

$$(3) 3(2x - 4) = 30$$

$$x = 7$$

$$(4) -2(3x - 1) + 2 = 41$$

$$x = -\frac{37}{6}$$

$$(5) 5(2x + 3) = 4x + 69$$

$$x = 9$$

$$(6) -10 = 3x - 4(2x - 5)$$

$$x = 6$$

在例題 6 中，解一元一次方程式  $3x + 7 = 6x - 4$  時，如果先將  $6x$  移到等號的左邊，再將  $+7$  移到等號的右邊，則解方程式的過程就變成：

$$3x - 6x + 7 = -4$$


$$-3x + 7 = -4$$

$$-3x = -4 - 7$$


$$-3x = -11$$

$$x = \frac{-11}{-3}$$

$$x = \frac{11}{3}$$


**配套指示器**

- 類題熟練本 P75


**補充問題**

- 解下列各一元一次方程式：

$$(1) 4x + 5 = x + 11$$

$$(2) 8x + 4 = 3x + 29$$

$$(3) 4 - 5x = 8 + 3x$$

$$(4) -4x + 5 = 3x - 7$$

$$(1) x = 2 \quad (2) x = 5 \quad (3) x = -\frac{1}{2} \quad (4) x = \frac{12}{7}$$

**例題 7** 以移項法則解方程式

搭配習作 P53 基礎題 5(5)

解一元一次方程式  $2x = \frac{2}{3}x - 16$ 。**解一** 分數直接移項

$$\begin{aligned}
 2x &= \frac{2}{3}x - 16 \\
 2x - \frac{2}{3}x &= -16 \\
 \frac{4}{3}x &= -16 \\
 x &= (-16) \div \frac{4}{3} \\
 x &= (-16) \times \frac{3}{4} \\
 x &= -12
 \end{aligned}$$

**解二** 先去分母再移項

$$\begin{aligned}
 2x &= \frac{2}{3}x - 16 \\
 6x &= 3\left(\frac{2}{3}x - 16\right) && \leftarrow \text{等號兩邊同乘以 3} \\
 6x &= 2x - 48 && \leftarrow \text{將右式化簡} \\
 6x - 2x &= -48 \\
 4x &= -48 \\
 x &= \frac{-48}{4} \\
 x &= -12
 \end{aligned}$$

**隨堂練習**

解下列各一元一次方程式：

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \frac{1}{4}x - 4 &= x + 3 \\
 x &= -\frac{28}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad -x + 16 &= \frac{5}{3}x \\
 x &= 6
 \end{aligned}$$

**教學眉批**

- 例題 7 提供兩種不同的解題方法，教學時，建議教師能讓學生先行觀察，有了解題的心理準備與想法後，鼓勵學生自行解解看，教師再補充說明。

**補充問題**

- 解下列各一元一次方程式：


$$(1) \quad \frac{8}{9}x - 3 = 2$$

$$(2) \quad 3x - 18 = 5\frac{1}{4}x$$

$$(1) \quad x = \frac{45}{8} \quad (2) \quad x = -8$$

**配套指示器**

- 類題熟練本 P75

 教學眉批

- 學生熟練移項法則的運用後，教師可鼓勵學生擴充移項法則的使用方式，不再限於一次只移一項，而可能兩項、三項同時進行移項的動作。但要注意乘除的移項仍以單獨進行為宜。
- 先讓學生說出解題的想法，再進行解題。
- 要學生練習解一元一次方程式時，貴不在多樣，而是如何達到正確快捷。因此同一套題目，反覆多做幾次，並注意到個別學生的「特殊」錯誤模式。

 例題 8 解一元一次方程式

解一元一次方程式  $3(-2x-5)+3x=9+4(x+2)$ 。

**解**  $3(-2x-5)+3x=9+4(x+2)$

$$-6x - 15 + 3x = 9 + 4x + 8$$

$$-6x + 3x - 4x = 9 + 8 + 15$$

$$-7x = 32$$

$$x = -\frac{32}{7}$$

 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

(1)  $2(3-x) = -4(x+5)$

$$x = -13$$

(2)  $2(x-4) - (3x+4) = -20+7x$

$$x = 1$$

 例題 9 解一元一次方程式

解一元一次方程式  $\frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$ 。

**解一** 分數直接移項


$$\frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x = -\frac{3}{4} + \frac{3}{2}$$

$$\frac{8}{12}x - \frac{3}{12}x = -\frac{3}{4} + \frac{6}{4}$$

$$\frac{5}{12}x = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{3}{4} \div \frac{5}{12} = \frac{3}{4} \times \frac{12}{5} = \frac{9}{5}$$

 配套指示器

- 類題熟練本 P75、76

 補充問題

- 解下列各一元一次方程式：

(1)  $3(x-2) = x+3$

(2)  $5(2x+3) = 4x-3$

(3)  $6x+2(-3x+15) = 2x-30$

(4)  $2(x-3) - 3(2x+1) = 3$

(5)  $3(x+1) - (x-4) = 5x+1$

(1)  $x = \frac{9}{2}$     (2)  $x = -3$     (3)  $x = 30$     (4)  $x = -3$     (5)  $x = 2$

**解二 先去分母再移項**

$$\frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$$

← 等號兩邊同乘以 12

$$8x - 18 = 3x - 9$$

$$8x - 3x = -9 + 18$$

$$5x = 9$$

$$x = \frac{9}{5}$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$$

等號兩邊同乘以 12

$$\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}\right) \times 12 = \left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}\right) \times 12$$

$$\frac{2}{3}x \times 12 - \frac{3}{2} \times 12 = \frac{1}{4}x \times 12 - \frac{3}{4} \times 12$$

$$8x - 18 = 3x - 9$$

**隨堂練習**

解一元一次方程式  $\frac{3}{2}x - 2 = 2x + \frac{2}{5}$ 。

$$x = -\frac{24}{5}$$

**例題 10 解一元一次方程式**

搭配習作 P53 基礎題 5(6)、6(2)~(5)

解一元一次方程式  $\frac{2x+1}{4} - \frac{x-4}{6} = 2$ 。

**解**  $\frac{2x+1}{4} - \frac{x-4}{6} = 2$  ← 等號兩邊同乘以 12

$$\frac{2x+1}{\cancel{4}1} \times \cancel{12}^3 - \frac{x-4}{\cancel{6}1} \times \cancel{12}^2 = 2 \times 12$$

$$3(2x+1) - 2(x-4) = 24$$

$$6x+3-2x+8=24$$

$$4x+11=24$$

$$4x=13$$

$$x = \frac{13}{4}$$

要記得加括號  
才不會算錯哦！

**補充問題**

■ 解下列各一元一次方程式：

(1)  $\frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x + 1$

(2)  $\frac{x}{6} - \frac{x}{9} = 2$

(3)  $x - \frac{5-x}{3} = 1$

(4)  $x = 1 + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \frac{x}{16}$

(1)  $x=6$  (2)  $x=36$  (3)  $x=2$  (4)  $x=16$

**配套指示器**

■ 類題熟練本 P76

 隨堂練習

解一元一次方程式  $\frac{3x-1}{2} - \frac{2x+5}{3} = 1$ 。

$$x = \frac{19}{5}$$

 重點回顧

- 一元一次方程式**：只含一種未知數，且未知數的次方是一次的等式，稱為一元一次方程式。
- 方程式的解(根)**：若一數代入一元一次方程式可使等號兩邊的值相等，此時這個數滿足此方程式，是這個方程式的解(根)。
- 等量公理**：當等號左右兩邊相等時，在等號左右同時加、減、乘、除一數(除數不為0)，等號仍然成立。

也就是說， $a$ 、 $b$ 、 $c$  為任意三數，若  $a=b$ ，則

$$(1) a+c = b+c$$

$$(2) a-c = b-c$$

$$(3) a \times c = b \times c$$

$$(4) a \div c = b \div c \quad (c \text{ 不為 } 0)$$

反過來說，

$$\text{當 } (1) a+c = b+c$$


$$\text{或 } (2) a-c = b-c$$

$$\text{或 } (3) a \times c = b \times c \quad (c \text{ 不為 } 0)$$

$$\text{或 } (4) a \div c = b \div c$$

則可推得  $a=b$  的結論。

- 移項法則**：解一元一次方程式的過程中，省略寫出應用等量公理的步驟，看起來相當於把等號一側的某數(或項)移到另一側，但要變號，「+」會變成「-」，「-」會變成「+」，「 $\times$ 」會變成「 $\div$ 」，「 $\div$ 」會變成「 $\times$ 」。

 配套指示器

- 類題熟練本 P76
- 十分鐘輕鬆考基礎篇 第41回
- 無敵大補帖基礎篇 P41、42

## 3-2 自我評量

1. 依據下列各文字敘述列出一元一次方程式：

(1)  $x$  加 5 等於 13

$$x+5=13$$

(2)  $x$  的 7 倍等於 21

$$7x=21$$

(3)  $x$  的 5 倍加 9 等於 29

$$5x+9=29$$

(4)  $x$  的 4 倍減 3 等於 25

$$4x-3=25$$

2. ( C ) 試判斷  $x=-3$  是下列哪一個方程式的解？

(A)  $5x+2=2x+5$

(B)  $5x-2=-2x+5$

(C)  $5x+4=2x-5$

(D)  $5x+4=-2x-5$

3. 解下列各一元一次方程式：

(1)  $5x=3x$

$$x=0$$

(2)  $3x+1=2x-5$

$$x=-6$$

(3)  $\frac{1}{2}x+3=\frac{2}{3}x-2$

$$x=30$$

(4)  $2(x-4)-3(x+4)=-2$

$$x=-18$$

(5)  $3(2x+1)-(x+2)=(7x+1)-4(x-3)$

$$x=6$$

(6)  $\frac{3x-3}{4}+\frac{x-8}{3}=2$

$$x=5$$



### 補充問題

■ 解下列各一元一次方程式：

(1)  $(5x+7)-2x=20-(3x+4)$

(2)  $\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}(2x+1)=5$

(3)  $\frac{2x-1}{3}-\frac{5x-3}{4}=1-\frac{x}{2}$

(4)  $5x-\{1-2[x+(x-2)]\}=4$

(5)  $2\{3[4(5x+1)-4]-16\}-7=249$

(1)  $x=\frac{3}{2}$  (2)  $x=-32$  (3)  $x=-7$  (4)  $x=1$  (5)  $x=\frac{12}{5}$



### 配套指示器

- 類題熟練本 P77
- 十分鐘輕鬆考進階篇 第 15 回
- 無敵大補帖進階篇 P26~27
- 考前衝刺 P22、23
- 考前 100 分 P22、23
- 歷屆基測試題 3-2